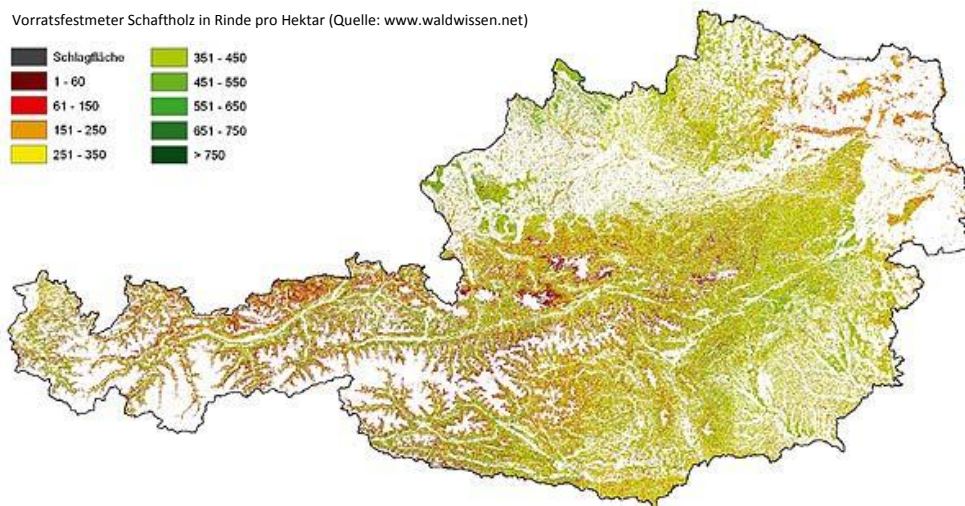


Aufgabe 1: Wachstumsprozesse - Internationales Jahr der Wälder (23 Punkte)

Das Jahr 2011 wurde von den Vereinten Nationen mit der Resolution 61/193 [1] zum Internationalen Jahr der Wälder erklärt. Ziel ist, das Bewusstsein und Wissen um die Erhaltung und nachhaltige Entwicklung aller Arten von Wäldern zum Nutzen heutiger und künftiger Generationen zu fördern. Dabei soll auf die besondere Bedeutung des Waldes und einer nachhaltigen Waldbewirtschaftung auch im Rahmen der Bekämpfung der Armut hingewiesen werden. Alle internationalen Aktivitäten werden dabei vom Waldforum der Vereinten Nationen (UNFF) in Zusammenarbeit mit der Landwirtschaftsorganisation der Vereinten Nationen (FAO) koordiniert und durch nationale Aktivitäten unterstützt und ergänzt.



In der Tabelle unten ist der Waldbestand in Österreich (Gesamtfläche von Österreich: 83 871 km<sup>2</sup>) von 1990 und 2010 angegeben:

Jahr	1990	2010
Waldbestand in <b>Millionen ha</b>	3,68	3,96

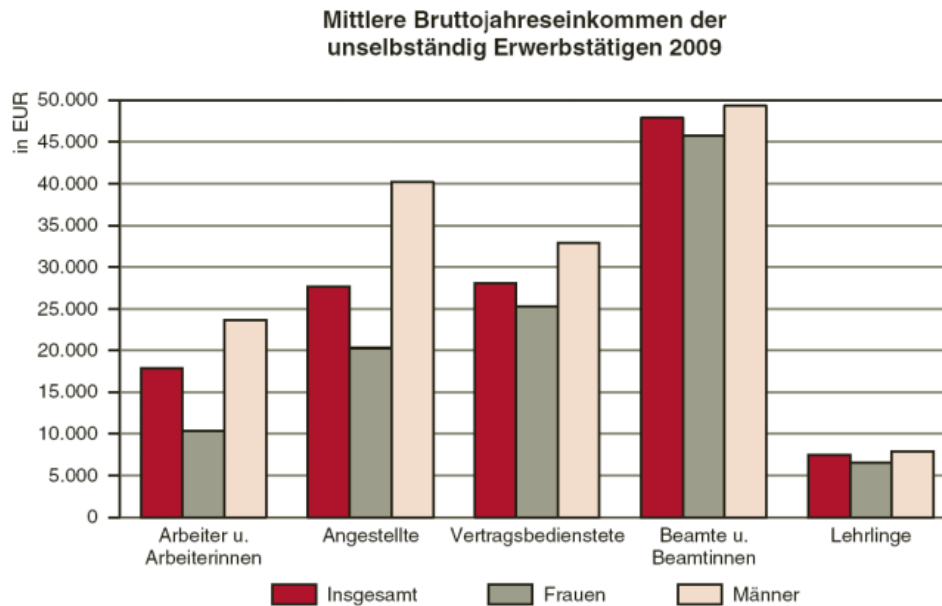
Quelle: [http://www.proholz.at/holzistgenial/inhalt3\\_3.htm](http://www.proholz.at/holzistgenial/inhalt3_3.htm)

- Stelle unter der Annahme, dass exponentielles Wachstum vorliegt, das Wachstumsgesetz für den Holzbestand in Österreich auf. Um wie viel Prozent wächst der Wald jährlich?
- Wie viele Jahre dauert es, bis sich der Waldbestand verdoppelt hat?
- Wie viel Hektar Wald sind bei exponentiellem Wachstum in Österreich im Jahr 2020 zu erwarten?
- Berechne den Waldbestand im Jahr 2020, wenn lineares Wachstum vorausgesetzt wird.
- Bestimme den Waldbestand im Jahr 2020 mit Hilfe des folgenden Gesetzes für beschränktes Wachstum:  
$$H(t) = 3,68 + 0,5 \cdot (1 - e^{-0,1 \cdot t})$$
- Skizziere **qualitativ** die Graphen der drei verschiedenen Wachstumsmodelle in einem Koordinatensystem.
- Welches dieser drei Modelle ist deiner Meinung nach das realistischste? Begründe deine Aussage!

Aufgabe 2: Wahrscheinlichkeitsrechnung – Statistik (27 Punkte)

Die folgende Grafik zeigt die mittleren Einkommen für die verschiedenen Berufsgruppen.

- a) Wie viel hat ein männlicher Angestellter durchschnittlich 2009 brutto verdient?



Q: STATISTIK AUSTRIA, Lohnsteuerdaten - Sozialstatistische Auswertungen. Erstellt am 23.12.2010.

Angenommen, das Einkommen von männlichen Angestellten ist normalverteilt mit  $\sigma = 20\ 000\text{€}$ .

- b) Wie viel Prozent der männlichen Angestellten verdienen mehr als 55 000€ brutto pro Jahr?  
 c) In welchem symmetrischen Intervall sind 80% der Bruttoverdienste von männlichen Angestellten zu finden?  
 d) Wie viel Prozent der männlichen Angestellten verdienen nur zwischen 20 000€ und 30 000€?  
 e) Was würde es für die Bevölkerung in Österreich bedeuten, wenn die Standardabweichung der Bruttogehälter  $\sigma = 2\ 000\text{€}$  wäre? Interpretiere sowohl mathematisch als auch gesellschaftspolitisch.

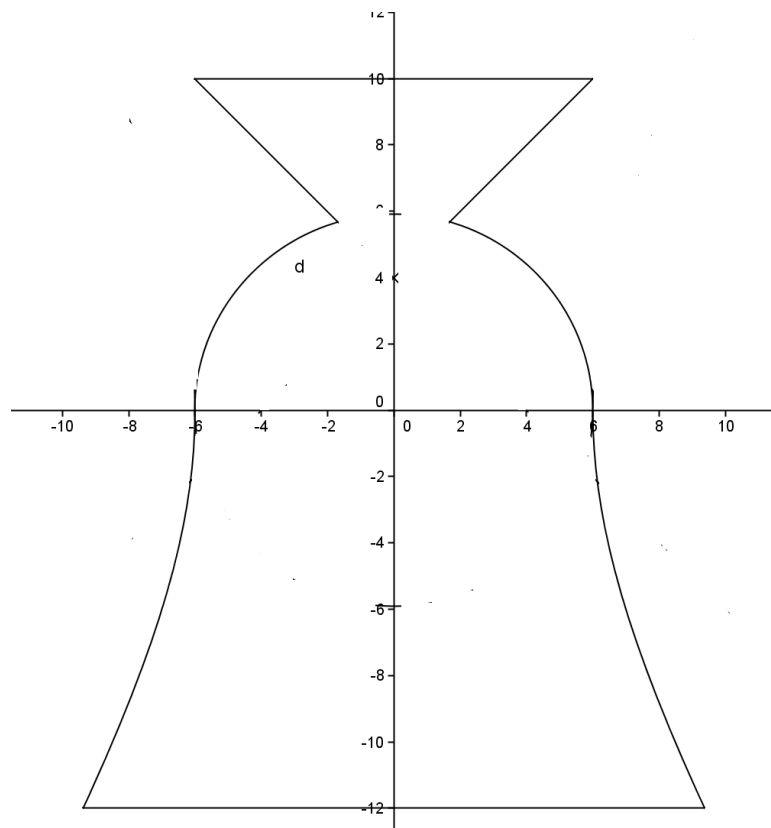
Die Berufsgruppe mit dem größten Durchschnittseinkommen hat in Österreich einen Anteil an allen Erwerbstätigen von 12,8%. (Quelle: <http://derstandard.at/3008146/OECD-Oesterreichische-Beamtenzahl-im-hinteren-Mittelfeld>)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den Vätern der Maturantinnen und Maturanten (Annahme: 22 Personen)

- f) genau 3 Beamte dabei sind?  
 g) mindestens 1 Beamter dabei ist?  
 h) mindestens 3 und maximal 5 Beamte dabei sind?  
 i) Wie groß müsste die Stichprobe sein, damit man mit 99 prozentiger Wahrscheinlichkeit mindestens einen Beamten dabei hat?

Aufgabe 3: Kegelschnitte – Integralrechnung (Alle Angaben in **Dezimeter**) (17 Punkte)

Die Form einer Glocke entsteht durch Rotation des angegebenen Schnittbilds. Der untere Teil wird durch eine Hyperbel und der mittlere Teil durch einen Halbkreis in Hauptlage begrenzt. Auf dem Kreis ist noch ein Kegelstumpf angebracht, der durch Rotation der linearen Funktion  $y = x + 4$  entsteht.



Die Hyperbel geht durch die Punkte  $S(6/0)$  und  $P(7,5/7,5)$ .

- Bestimme die Gleichung der Hyperbel.
- Wie lautet die Kreisgleichung?

Bevor die Glocke gegossen wird, muss ein sogenannter Glockenkern des Hohlraums gemacht werden.

- Wie groß ist das Volumen des Glockenkerns?
- Wie groß ist die Masse des Glockenkerns, der betoniert wird? ( $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ )

Aufgabe 4: Vektorrechnung (17 Punkte)

Das Bild zeigt eine Brücke in Finnland. Legt man das Koordinatensystem so, dass die vier Fußpunkte der Stützpfiler der Brücke in der  $(x,y)$  Ebene liegen, so erhält man folgende Koordinaten (alle Angaben in Metern):

$$A=(3/1/0) \quad B=(12/4/0) \quad C=(11/7/0) \quad D=(2/4/0)$$



- Zeige, dass es sich beim Viereck ABCD um ein Rechteck handelt.
- Zeige, dass der Schnittpunkt der Trägergeraden der Diagonalen die Diagonalen halbiert.
- Senkrecht zur Ebene, in der das Viereck liegt, über dem Schnittpunkt der Diagonalen, liegt die Spitze der Brückenaufhängung. Gib die Koordinaten der Spitze an, wenn die Höhe  $h = 8\text{m}$  beträgt.
- Welchen Winkel schließt ein Stützpfiler mit der Grundebene ein?

Aufgabe 5: Trigonometrie – Vermessungsaufgaben (17 Punkte)

Von der Aussichtsplattform am Traunstein (Seehöhe 1691m) sieht man am nördlichen und südlichen Ufer des Traunsees (Seehöhe 422m) die Orte Gmunden unter dem Tiefenwinkel  $\alpha=14,24^\circ$  und nach Schwenken des Fernrohrs um den Winkel  $\varphi= 133,43^\circ$ , Ebensee unter dem Tiefenwinkel  $\beta=9,01^\circ$ .

- Zeige, dass der Traunsee eine Länge von ca. 12 km hat? (Entfernung Gmunden – Ebensee)
- Blickt man von Gmunden aus Richtung Ebensee, so sieht man den Gipfel des Eidenbergs unter einem Höhenwinkel  $\gamma =5,17^\circ$ . Von Ebensee aus sieht man denselben Berggipfel in derselben Vertikalebene unter dem Höhenwinkel  $\delta= 49,62^\circ$ . Wie hoch ist der Berg?
- Wie lang ist die Luftlinie Gmunden – Bergspitze des Eidenbergs?



## Allgemeine Bemerkungen:

### Verwendete Hilfsmittel:

- Taschenrechner (Voyage 200)
- Mathematische Formelsammlung (Kraft, Bürger, Unfried, Götz)
- Zirkel, Lineal, Geodreieck

Alle Rechenschritte müssen nachvollziehbar sein! Die Rechenergebnisse sind auf 2 Nachkommastellen zu runden, Wahrscheinlichkeitsergebnisse sind auf 4 Stellen anzugeben. Antworten sind zu schreiben!

### Detaillierter Punkteschlüssel zu den Aufgaben:

#### Aufgabe 1:

a	b	c	d	e	f	g	Summe
6	2	2	5	2	3	3	23

#### Aufgabe 2:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	Summe
1	3	4	4	3	2	3	3	4	27

#### Aufgabe 3:

a	b	c	d	Summe
3	2	10	2	17

#### Aufgabe 4:

a	b	c	d	Summe
3	6	3	5	17

#### Aufgabe 5:

a	b	c	Summe
7	6	3	16

Maximale Punktezahl: 100 Punkte

Punkteschlüssel:

<b>Punkte</b>	<b>Beurteilung</b>
<b>100 – 92</b>	Sehr gut
<b>91 – 80</b>	Gut
<b>79 – 61</b>	Befriedigend
<b>60 – 50</b>	Genügend
<b>49 - 0</b>	Nicht genügend